

# Melk in je koffie

## Een onderzoek met mogelijkheden

In 1999 stond in de NRC een column van Karel Knip over de vraag uit de wetenschapsquiz of je direct een wolkje melk in je koffie moet doen als de bel gaat of dat je dat beter kunt doen als je terugkomt van de buitendeur. De column geeft een mooi beeld van wat er allemaal kan komen kijken als je wat dieper op de vraag ingaat. Er blijken veel mogelijkheden te zijn om ook in de klas met deze vraag aan de slag te gaan!



Figuur 1. De opstelling die is gebruikt om te meten aan de temperatuur van de koffie.

Om de onderzoeksvraag proefondervindelijk te bewijzen kun je twee identieke kopjes heet water neerzetten. In de ene doe je direct een scheutje koud water en in de andere na vijf minuten; bepaal vervolgens of er een verschil in temperatuur is.

Maar zo simpel is dat niet... De twee kopjes moeten natuurlijk wel met dezelfde en zo hoog mogelijke temperatuur starten om goed

verschil te kunnen zien. De twee scheutjes koud water moeten dezelfde lage temperatuur hebben, onafhankelijk van wanneer je dit toevoegt. Het meten doe je met twee thermometers. Vragen die we over de thermometers kunnen stellen zijn: zijn ze identiek, geven ze bij gelijke omstandigheden dezelfde temperatuur, warmen de thermometers zelf ook significant op? Verder moeten de twee kopjes natuurlijk ook gelijke omstandigheden hebben bij het afkoelen. Moet je continu meten of is het genoeg om aan het begin en het einde de temperatuur op te meten?

Het experiment is een mooie toevoeging aan bestaande experimenten (zie bijvoorbeeld Mooldijk et al., 2006) die beogen leerlingen kritisch naar de opzet van het experiment en de meetmethode te laten kijken. Zij moe-

ten daarbij diverse onderzoeksinzichten (Understandings of Evidence) inzetten om een wetenschappelijk overtuigend antwoord op de onderzoeksvraag te geven (Pols et al., 2022), zie tabel 1. Wat denken de leerlingen dat uit het experiment zal komen en waarom denken ze dat? (UoE3). Hoeveel vloeistof zit in een normaal kopje koffie? Hoeveel melk doe je er dan meestal bij? Hoe start je het experiment en wat kan er bij het meten allemaal mis gaan (UoE7)? Hoe voer je het experiment zo uit dat de vergelijking tussen de afkoelende kopjes zo eerlijk mogelijk is (UoE5)?

## Het lijkt zo simpel, een beker heet water laten afkoelen en de temperatuur meten

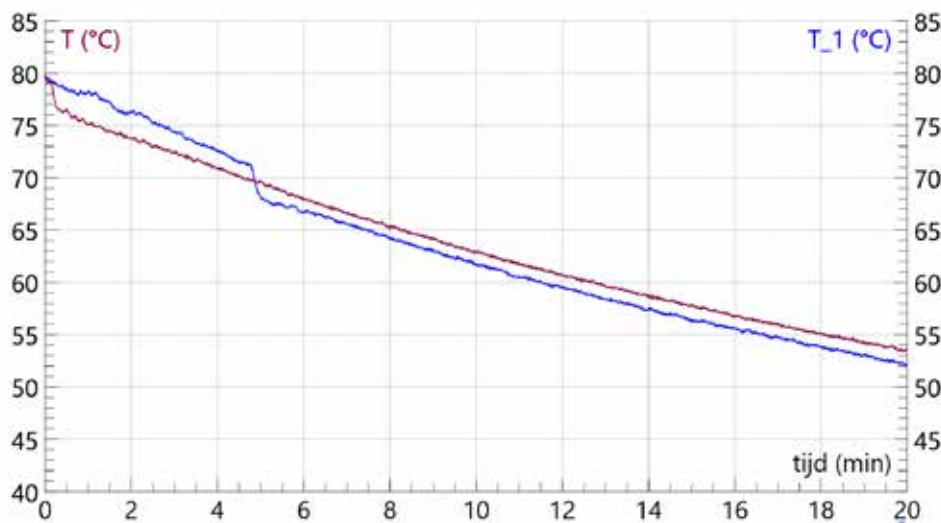
Laat leerlingen hun ideeën ook beargmenteren en hun keuzes verantwoorden. Dat is immers nodig bij echt onderzoek en helpt ze om te leren hoe je op een goede manier kwantitatief onderzoek doet (Pols, 2023). Het is aan te bevelen om leerlingen in groepjes hun meetmethode te laten uitwerken. Daarna houd je een klassengesprek en wisselen de leerlingen hun ideeën en argumenten uit. De leerlingen formuleren vervolgens een onderzoeksvraag (UoE1) en maken een on-

**AD MOOLDIJK** was vakdidacticus en lerarenopleider bij het Freudenthal Instituut. Op dit moment werkt hij parttime bij CMA-Science. <https://www.linkedin.com/in/ad-mooldijk/>

**FREEK POLS** was tien jaar lang natuurkundedocent aan het ISW 's-Gravenzande. Momenteel werkt hij als practicumcoördinator bij de opleiding Technische Natuurkunde aan de TU Delft. [c.f.j.pols@tudelft.nl](mailto:c.f.j.pols@tudelft.nl)

UoE	De onderzoeker begrijpt dat
1	Een wetenschappelijk onderzoek met een onderzoeksvraag begint.
3	Je verwachte uitkomsten formuleert, waar dat kan in de vorm van een hypothese.
5	Verschillende variabelen de uitkomst van het experiment kunnen beïnvloeden. Voor een eerlijke test is het nodig deze variabelen constant te houden.
6	Het belangrijk is om geschikte instrumenten en procedures te kiezen om valide data te verkrijgen met de gewenste nauwkeurigheid en precisie.
7	(Menselijke) fouten en onzekerheden kunnen optreden. Het is dan ook noodzakelijk deze te vermijden of te minimaliseren om de betrouwbaarheid van de dataset te garanderen.
9	De (range aan) waarden voor de onafhankelijke variabele moet groot genoeg gekozen worden, en het interval klein genoeg om een potentieel patroon in de data te detecteren.

Tabel 1. Zes van de 19 zogenaamde Understandings of Evidence die Pols et al (2022) geïdentificeerd hebben. Dit zijn inzichten die een natuurkundige gebruikt bij het opzetten, uitvoeren en evalueren van een gedegen experiment.



Figuur 2. De metingen aan de temperatuur van de koffie met inschenken van koudere vloeistof op verschillende momenten.

derzoeksplan (UoE4). Door uitwisseling met een ander groepje leren de leerlingen helder te formuleren en kritisch naar een opzet te kijken (UoE19) (Doorman et al, 2012).

### Het onderzoek

In ons eigen onderzoek namen we twee identieke kopjes met 150 mL water van 80 °C. De grafiek in figuur 2 laat de meting zien. De rode meting is de directe toevoeging van

10 mL water van 20 °C, en de blauwe meting de toevoeging na een kleine vijf minuten. Het afkoelen is gemeten met behulp van twee gelijke sensoren in Coach7. De grafiek toont een temperatuurverschil van 1.5 °C na het toevoegen van het scheutje water, wat suggereert dat je het best de melk direct in het kopje kunt doen. Als je de werkelijke situatie nog beter wilt benaderen, kun je beter water met een beetje olie nemen

omdat koffiemelk ook uit vet bestaat. Het effect kan wel eens verrassend zijn omdat het kleine laagje op het oppervlak de verdamping vermindert.

### Modelleren van het experiment

Een antwoord op de onderzoeksvraag wordt wetenschappelijk overtuigender wanneer we in staat zijn om het experiment verder met bekende natuurkundige wetten te verklaren (en voorspellen). We kunnen het afkoelingsproces bijvoorbeeld modelleren.

In het model op pagina 14 zijn de begincondities van koffie en melk genoteerd, net als de omgevingstemperatuur. Met de begincondities wordt de hoeveelheid warmte berekend die in de koffie en de melk zit ten opzichte van een temperatuur van 0 °C.

Alhoewel we in werkelijkheid rekening moeten houden met geleiding, stroming en straling geldt bij kleine temperatuurverschillen de afkoelingswet van Newton. De afkoeling is dan evenredig met het temperatuurverschil met de omgeving.

Voor straling geldt het idee van een zwarte straler volgens  $\Delta Q = c(T^4 - T_0^4)$  met  $T$  de temperatuur van het kopje en  $T_0$  de kamertemperatuur. Dit is te schrijven als

$$\Delta Q = c((T - T_0) + T_0)^4 - T_0^4 = cT_0^4 \left( \left( \frac{T - T_0}{T_0} + 1 \right)^4 - 1 \right).$$

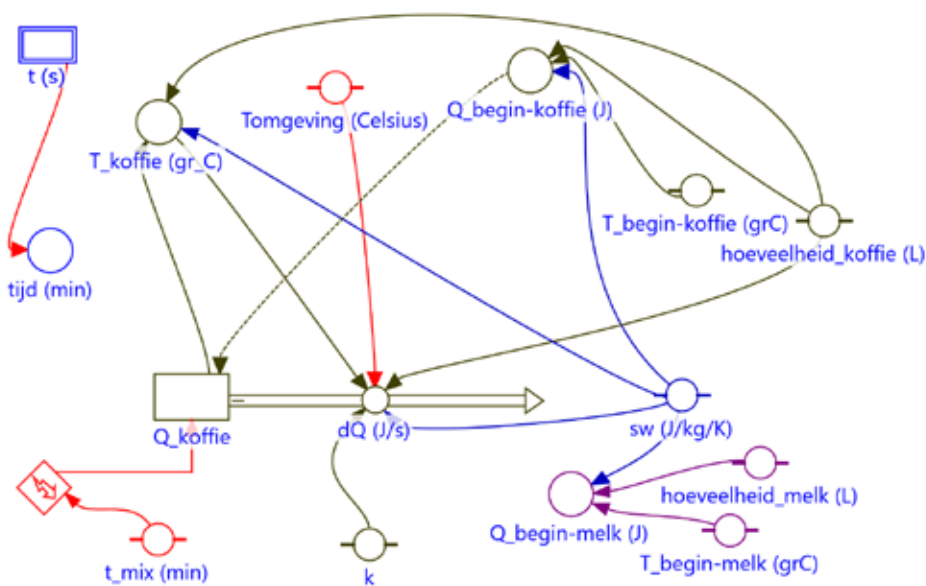
Omdat  $\frac{(T - T_0)}{T_0}$  veel kleiner is dan 1, kan je  $\left( 1 + \frac{(T - T_0)}{T_0} \right)^4$  in een Taylor-expansie noteren als:  $1 + 4 \frac{(T - T_0)}{T_0}$ . De afkoeling door straling is daarmee  $\Delta Q \approx 4cT_0^3(T - T_0)$  en gedraagt zich dus als de wet van Newton voor afkoelen.

In een iteratief proces wordt eerst de hoeveelheid warmte die uit de koffie stroomt (per tijdseenheid) met behulp van het temperatuurverschil tussen koffie en omgeving en een constante  $k$  bepaald en vervolgens wordt de nieuwe temperatuur van de koffie berekend. Met behulp van een voorval (rode ruit, links-onder in figuur 3) wordt na een bepaalde tijd de melk toegevoegd.

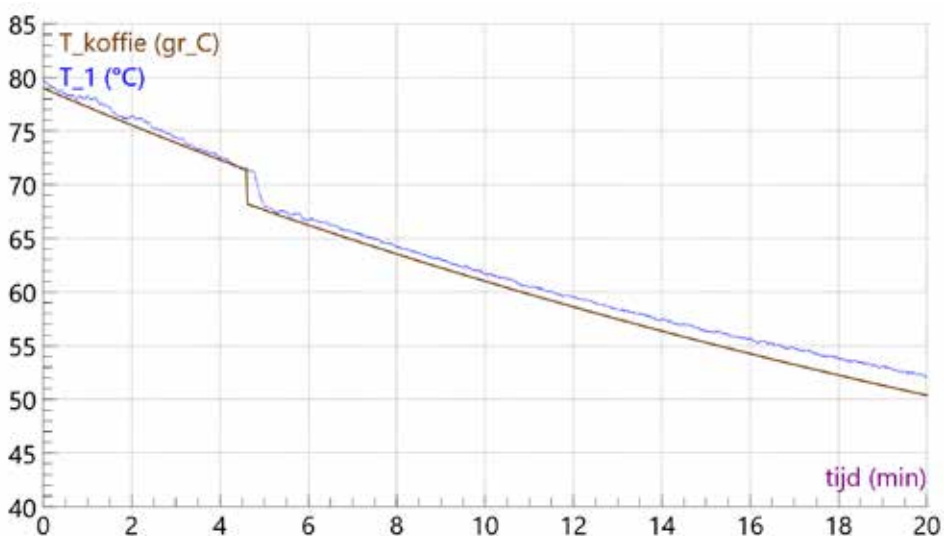
We kunnen de uitkomst van het model vergelijken met de metingen, zie figuur 4. Blauw is de meting en bruin het model.

Met de juiste beginwaarden krijg je een





Figuur 3. Het opgestelde Coachmodel, ook te downloaden via de NVON site.



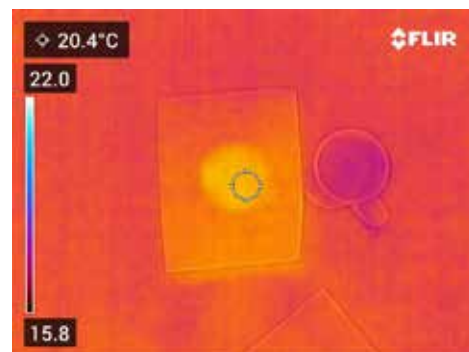
Figuur 4. Door te spelen met de waarde van  $k$  kun je het model goed overeen laten komen met de metingen.

redelijke vergelijking van het model met een meting. De waarde van  $k$  is hierbij belangrijk. Wanneer je het model omzet naar animatie, kunnen leerlingen de startwaarden van variabelen aanpassen met behulp van schuifjes. Zij kunnen zo proberen de waarde van  $k$  te bepalen en de eigen metingen met het model vergelijken.

### Verder onderzoek

Met de proef en het model ligt de focus op leren onderzoeken. Leerlingen kunnen met een open opdracht verder gaan en proberen om dieper in te gaan op het onderwerp (af)koelen van een kop koffie. Hierbij komen

de UoE zeker weer aan bod. Nieuwe onderzoeksvragen zouden dan kunnen zijn: Waarom neemt de temperatuur in de meting in het begin sneller af dan het model en later juist minder snel? Waar hangt de factor  $k$  van af? Is daar iets over te zeggen, is dat in het model in te brengen? Het model mist de invloed van verdamping. Hoe kun je die in het model brengen? Hoe groot is de invloed van het vetgehalte van de koffiemelk op de verdamping? Met het simpel afkoelen van een kopje koffie kun je dus veel onderzoeken en leerlingen inspireren om als experimenteel natuurkundige aan de slag te gaan.



Figuur 5. Met een infraroodcamera is de invloed van verdamping op de temperatuur goed zichtbaar te maken.

Met een infraroodcamera is de invloed van verdamping op de temperatuur goed zichtbaar te maken door een papiertje op een glas water van kamertemperatuur te leggen en dat met een warmtecamera te bekijken. Het papiertje wordt warmer door de gecondenseerde damp en die warmte is onttrokken aan het water! Een beetje olie op de koffie gaat de verdamping tegen. Na een half uur scheidt dat gauw een kleine 5° C.

### BRONNEN

- Doorman, M., van der Kooij, H., Mooldijk, A. (2012). Denkvormen, onderzoekend leren en de rol van de docent, *Nieuwe Wiskrant* 31, blz 9-12. [https://www.pedocs.de/volltexte/2013/7130/pdf/Doorman\\_et\\_al\\_2012\\_Denkvormen.pdf](https://www.pedocs.de/volltexte/2013/7130/pdf/Doorman_et_al_2012_Denkvormen.pdf)
- Greenslade, T. (1994). The coffee and cream problem. *The physics teacher*. 32. 145-147
- Knip, K. (1999). Koelkromme. NRC: <http://retro.nrc.nl/W2/Columns/Knip/990206.html>
- Mooldijk, A., van der Valk, T., & Wooning, J. (2006). Top Angle and the Maximum Speed of Falling Cones. *Science Education International*, 17(3), 161-169: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1065275.pdf>
- Pols, C. F. J. (2023). Development of a teaching-learning sequence for scientific inquiry through argumentation in secondary physics education. [https://pure.tudelft.nl/ws/portalfiles/portal/141404652/2023\\_Thesis.pdf](https://pure.tudelft.nl/ws/portalfiles/portal/141404652/2023_Thesis.pdf)
- Pols, C.F.J., Dekkers, P.J.J.M., & de Vries, M.J. (2022). Defining and Assessing Understandings of Evidence with ARPI: Towards Integration of Argumentation and Inquiry. *Physical Review: Physics Education Research*, DOI: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.18.010111
- Opgave van Complex examen vwo 2000, aangepast aan Coach7 op website CMA-science.nl.