

Snaartheorie in de praktijk

Een materialenpracticum

Bij het relatief nieuwe onderwerp 'materialen' zijn nog weinig practica. Voor 4V hebben we een practicum gemaakt waarbij leerlingen de elasticiteitsmodulus van een nylon gitaarsnaar kunnen bepalen door de frequentie van de snaar te meten bij verschillende rek. Als zij de proef secuur uitvoeren, is het resultaat redelijk nauwkeurig.

De meeste leerlingen vinden de begrippen rek, elasticiteitsmodulus en spanning moeilijk. Het is daarom jammer dat er weinig practica zijn die hen helpen om deze begrippen beter te begrijpen. Daarom besloot ik een practicum te ontwikkelen waarbij leerlingen eerst bezig gaan met de theorie. Zij moeten een relatie vinden tussen de frequentie van een gitaarsnaar en de relatieve rek. Daarna gaan ze meten. Uiteindelijk kunnen ze aan de hand van de metingen de elasticiteitsmodulus van de nylon gitaarsnaar bepalen.

Theorie

De proef van Melde laat zien dat er een relatie bestaat tussen de spankracht in een snaar, de massa per lengte eenheid μ en de golfsnelheid: ($v = (F/\mu)^{1/2}$). Bij een gitaarsnaar, gespannen tussen twee vaste punten,

wordt de frequentie hoger als de snaar wordt aangedraaid, met andere woorden, als de rek $\epsilon = \Delta l/l_0$ verandert. De rek en de kracht zijn gekoppeld via de elasticiteitsmodulus. Als je dit netjes uitwerkt, vind je de volgende relatie tussen frequentie en rek: $f^2 = E \cdot \epsilon \cdot A / (\mu \cdot \lambda^2)$. De volledige afleiding staat gegeven in het practicumvoorschrift dat te verkrijgen is bij de auteur.

Door nu de frequentie bij verschillende rek te bepalen, is het mogelijk de elasticiteitsmodulus te bepalen.

Het practicum

De toa heeft aan een klankkast (monochord) een schroefdraad met een draaiknop en een nonius schaal vastgezet; zie figuur 2. Het metaalplaatje is ter bescherming van de gitaarsnaar. De draad rekt uit als je aan de draaiknop draait. Met behulp van de nonius is te bepalen hoe groot de rek is. Dit kan tot op 0,1 mm nauwkeurig.

De app 'Gstrings' (voor het stemmen van gitaarsnaren) stelt de leerlingen in staat om nauwkeurig de frequentie te meten. Leerlingen moeten ongeveer tien metingen doen,



De opstelling

waarbij de snaar steeds 1,0 mm uitgerekt wordt. De gemeten frequenties liggen dan tussen de 100 en 193 Hz.

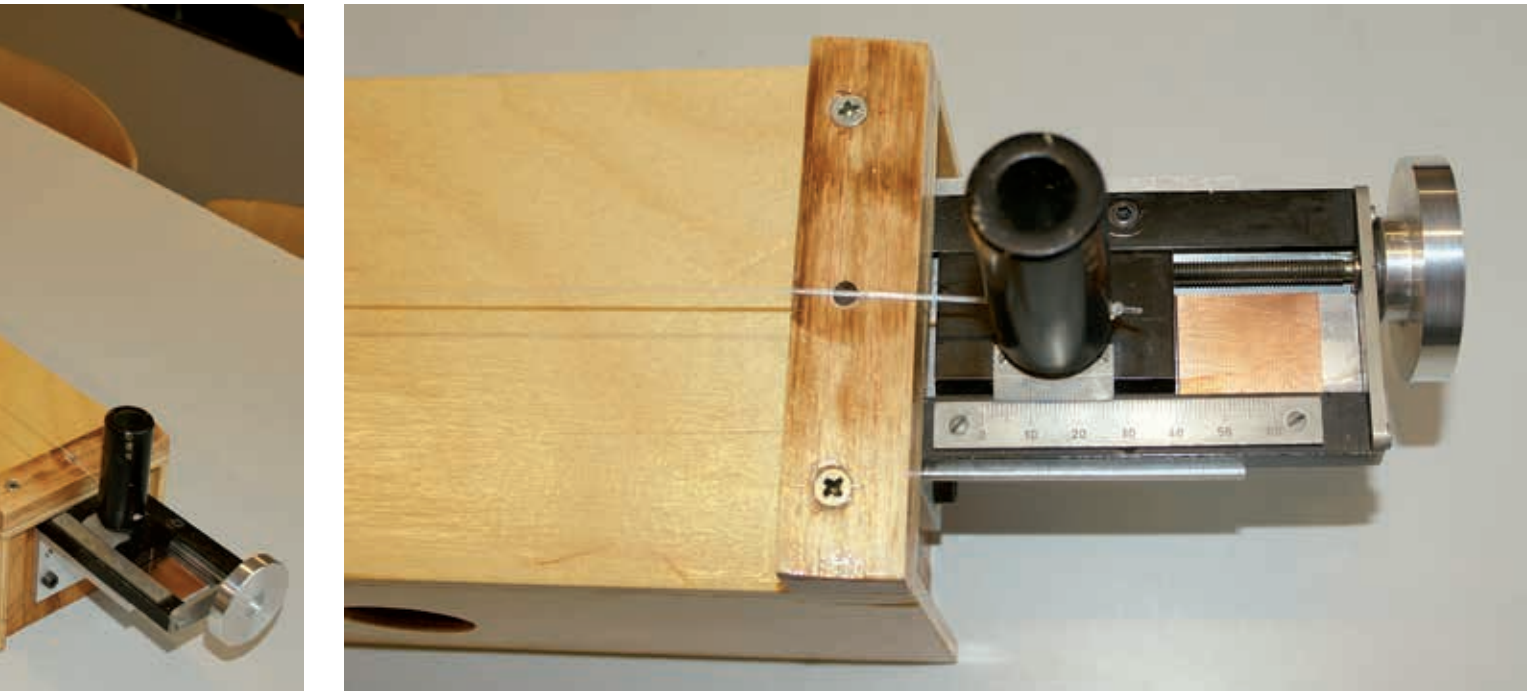
Het resultaat

Figuur 3 laat het kwadratische verband zien tussen de frequentie en de rek. Met de helling van de grafiek in het (f^2, ϵ)-diagram kan dan de elasticiteitsmodulus bepaald worden. Aangezien nylon een verzamelnaam is voor een aantal polymeren, bestaat er geen eenduidige waarde voor de elasticiteitsmodulus. De waarde zou liggen tussen de 2 GPa en 4 GPa (staat helaas niet in Binas). De meeste leerlingen vonden een waarde die hier ook tussenin lag.

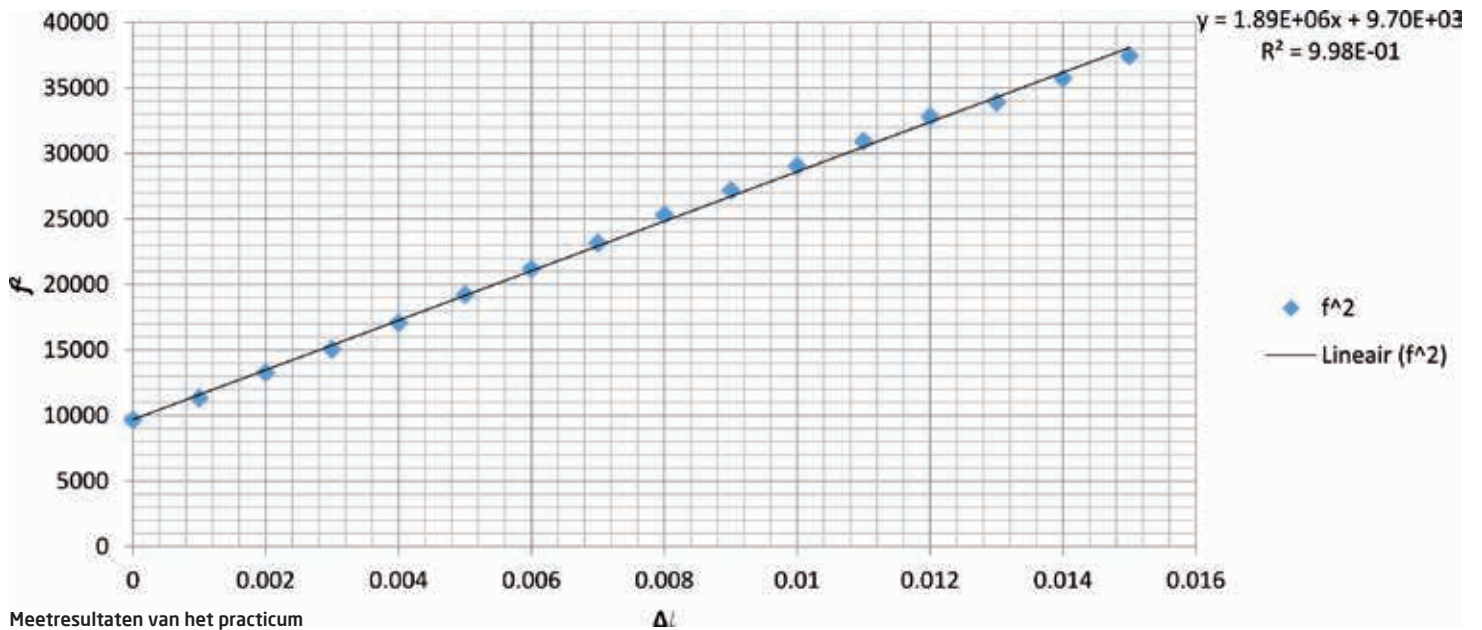
Leerlingen hadden wel nog moeite met de interpretatie van de grafiek. Zij gaven geregeld aan dat er uit de figuur te halen is dat er een recht evenredig verband bestaat tussen de frequentie en de rek, maar vergeten daarbij dat de frequentie in het kwadraat is uitgezet.

Didactiek bij de proef

Bij de proef gebruiken de leerlingen een nonius. Het aflezen van deze schaalverdeling



Figuur 2: Instellen van de rek met de nonius



wordt niet altijd meer in de onderbouw behandeld. Daarom is het aflezen van de schaal voorafgaande aan dit practicum geoefend met een schuifmaat. Daarnaast gebruiken we een coördinatentransformatie. Leerlingen hebben hier in het begin van het jaar wel een

keer mee gewerkt, maar ze vinden het nog steeds moeilijk. Met een substitutie ($f^2 = u$) heb ik kunnen laten zien dat de richtingscoëfficiënt bepaald moet worden om de elasticiteitsmodulus van nylon te berekenen.

Volgend jaar

Het practicum zal volgend jaar zeker opnieuw gebruikt worden in 4V. Daarnaast zal het practicum als praktische opdracht ook gedaan worden in 5H. ●